2025年度

Aa 数 学 問 題

注 意

1．試験開始の指示があるまでこの問題冊子を開いてはいけません。
2．解答用紙はすべて**黒鉛筆または黒のシャープペンシル**で記入することになっています。黒鉛筆・消しゴムを忘れた人は監督に申し出てください。
(万年筆・ボールペン・サインペンなどを使用してはいけません。)
3．この問題冊子は**12ページ**までとなっています。試験開始後，ただちにページ数を確認してください。なお，問題番号はⅠ～Ⅳとなっています。
4．解答用紙にはすでに受験番号が記入されていますので，あなたの受験票の番号であるかどうかを確認してください。あなたの氏名を記入する必要はありません。
5．解答は解答用紙の指定された解答欄に記入し，その他の部分には何も書いてはいけません。
6．解答用紙を破ったり，傷つけたりしないように注意してください。
7．計算には，この問題冊子の余白部分を使ってください。
8．この問題冊子は持ち帰ってください。

Ⅰ．次の空欄ア～クにあてはまる数または式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

（ⅰ） 500以下の自然数のうち，7で割り切れる数の和は $\boxed{\text{ア}}$ である。

（ⅱ） 関数 $f(x)=4^x-2^x+1$ に対し，導関数 $f'(x)$ の値は $x=\boxed{\text{イ}}$ で0となる。また，$f(x)$ の最小値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

（ⅲ） 実数 p，q，r は定数とする。多項式 x^3+px^2+qx+r を $(x-1)^2$ で割ったときの余りが $2x-3$ であり，$x+1$ で割ったときの余りが3であるとき，$p=\boxed{\text{エ}}$，$q=\boxed{\text{オ}}$，$r=\boxed{\text{カ}}$ である。

（ⅳ） 3個のさいころを同時に投げるとき，3つの目の積が5で割り切れて，かつ，2で割り切れない確率は $\boxed{\text{キ}}$ である。

（ⅴ） 実数 a は定数とし，関数 $f(x)$，$g(x)$ をそれぞれ $f(x)=x^2+2x-7$，$g(x)=-x^2+2ax-a^2+2a$ とする。すべての実数 x に対して $g(x)<f(x)$ が成り立つような a の値の範囲は $\boxed{\text{ク}}$ である。

Ⅱ. 実数 x に対し，関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \sqrt{2x^2 + 2}$$

により定める。p を実数とし，曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(p,\ f(p))$ における接線を ℓ とする。また，ℓ の傾きを a とし，ℓ の y 切片を b とする。次の問(ｉ)～(ｖ)に答えよ。解答欄には，(ｉ)～(ⅲ)については答えのみを，(ⅳ)，(ｖ)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(ｉ) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。

(ⅱ) ℓ の方程式を p を用いて表せ。

(ⅲ) $a^2 + b^2$ の値を求めよ。

(ⅳ) p が実数全体を動くとき，座標平面上の点 $(a,\ b)$ の軌跡を C とする。C と直線 $y = \dfrac{1}{2}$ のすべての共有点の座標を求めよ。

(ｖ) (ⅳ)の C と直線 $y = \dfrac{1}{2}$ で囲まれた部分を x 軸の周りに1回転してできる立体の体積 V を求めよ。

Ⅲ. O(0, 0, 0)を原点とする座標空間に正三角形ABCがあり，Aの座標は(1, 0, 0)であるとする。ABCの重心をDとし，Dの座標は(1, 1, 1)であるとする。Bの y 座標は1で，Bの x 座標は1よりも大きいとする。a，b を実数とし，P(a, b, 3)とする。直線BPと xy 平面の交点をE，直線CPと xy 平面の交点をFとする。次の問(i)〜(v)に答えよ。解答欄には，(i)については答えのみを，(ii)〜(v)については答えだけでなく途中経過も書くこと。

(i) 線分ABおよび線分BDの長さをそれぞれ求めよ。

(ii) Bの座標を求めよ。

(iii) Cの座標を求めよ。

(iv) s，t を実数として，

$$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OB} + s\,\overrightarrow{BP},$$
$$\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OC} + t\,\overrightarrow{CP}$$

と書くとき，s，t を求めよ。

(v) $\overrightarrow{OE} = -\overrightarrow{OF}$ であるような a，b の値を求めよ。

Ⅳ. i を虚数単位とし，

$$\alpha = \cos\frac{2\pi}{5} + i\sin\frac{2\pi}{5}, \quad p = \alpha + \frac{1}{\alpha}, \quad q = \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2}$$

とおく。次の問(ｉ)～(iv)に答えよ。解答欄には，答えだけでなく途中経過も書くこと。

(ｉ) $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 = 0$ を示せ。

(ii) $p + q$ と pq はどちらも有理数になる。$p + q$ と pq の値をそれぞれ求めよ。

(iii) $\overline{\alpha}$ を α の共役複素数とするとき，$\overline{\alpha} = \dfrac{1}{\alpha}$ を示せ。

(iv) $\cos\dfrac{2\pi}{5}$ と $\cos\dfrac{4\pi}{5}$ の値をそれぞれ求めよ。

【以下余白】